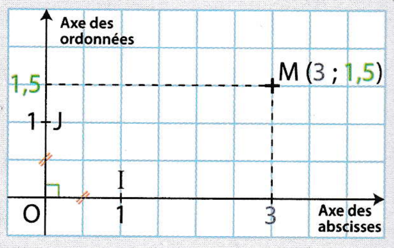
5 Vecteurs et opérations

FICHE 31 Bien démarrer

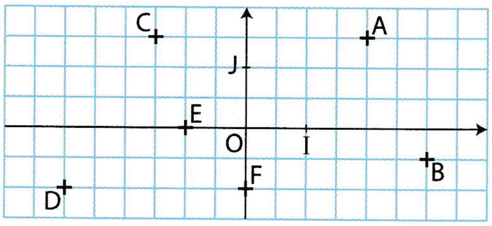
▸ Un **repère** (O ; I, J) est **orthonormé** lorsque le triangle OIJ est rectangle et isocèle en O.

▸ Dans le repère (O ; I, J) ci-contre :
- 3 est **l'abscisse** du point M,
- 1,5 est **l'ordonnée** du point M,
- (3 ; 1,5) sont les coordonnées du point M.



1 Lire des coordonnées de points

On a placé les points A, B, C, D, E, F dans le repère orthonormé (O ; I, J) ci-dessous.



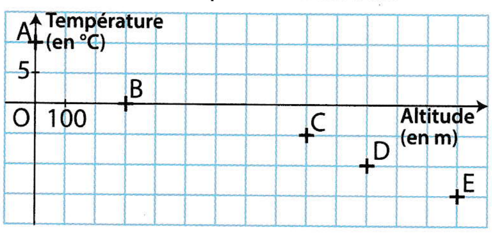
a. Lire les coordonnées de ces points.
- A(........;........) • B(........;........) • C(........;........)
- D(........;........) • E(........;........) • F(........;........)

b. Le point G a la même ordonnée que A et a pour abscisse l'opposée de celle de D.
Indiquer les coordonnées de G : G(........;........).

c. Lire les coordonnées :
- du milieu du segment [EF] : ....
- du milieu du segment [AB] : ....

2 Lire des coordonnées sur un graphique

Des alpinistes ont relevé les températures lors d'une ascension. Elles sont indiquées ci-dessous.



a. Compléter ce tableau.

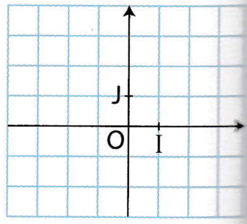
Point	A	B	C	D	E
Abscisse	....	....	....	....	....
Ordonnée	....	....	....	....	....

b. Lire les coordonnées du milieu I de [BC] : ....
Interpréter ces coordonnées.

....

3 Placer des points dans un repère

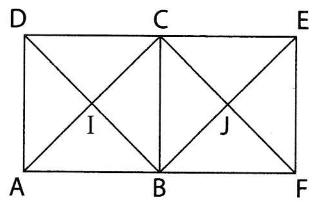
Placer les points ci-dessous dans le repère (O ; I, J).



- L(−3 ; 1) • M(1 ; 2)
- N(−1 ; −1) • P(3 ; −2)
- Q(−3 ; −1) • R(0 ; 3)
- S(2 ; 0) • T(−2 ; 3)

4 Utiliser une figure

ABCD et BCEF sont deux carrés de centres I et J.



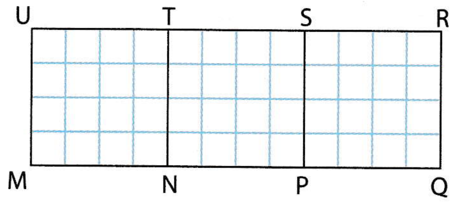
On considère le repère orthonormé (A ; B, D).

a. Lire les coordonnées de tous les points de la figure :
- A............ • B............ • C............ • D............
- E............ • F............ • I............ • J............

b. Placer les points K, L, M dont les coordonnées sont :
- K$\left(0\,;\dfrac{1}{2}\right)$ • L$\left(\dfrac{1}{2}\,;1\right)$ • M$\left(2\,;\dfrac{1}{2}\right)$

5 Placer selon le repère

Voici trois carrés.



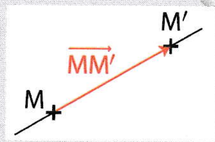
a. Placer les points A$\left(\dfrac{1}{2}\,;0\right)$ et B$\left(2\,;\dfrac{1}{4}\right)$ dans le repère orthonormé (M ; N, U).

b. Placer les points C $\left(0\,;\dfrac{1}{2}\right)$ et D $\left(2\,;\dfrac{3}{4}\right)$ dans le repère orthonormé (N ; P, T).

FICHE 32 Notion de vecteur

- M et M' sont deux points distincts du plan. La **translation** qui transforme M en M' est appelée **translation de vecteur** $\overrightarrow{MM'}$.

  Le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ a pour **direction** celle de la droite (MM'), pour **sens** celui de M vers M' et pour **norme** la longueur MM'.



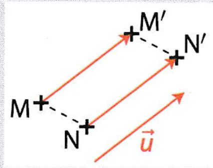
- **Vecteurs particuliers**

  Le vecteur $\overrightarrow{MM}$ est le **vecteur nul** ; il est noté $\vec{0}$.
  Le **vecteur opposé** au vecteur $\overrightarrow{MN}$ est le vecteur $\overrightarrow{NM}$.

- **Égalité de vecteurs**

  $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'}$ équivaut à $MM'N'N$ est un parallélogramme (éventuellement aplati).

  Sur la figure, $\vec{u} = \overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'}$. On dit que $\overrightarrow{MM'}$ et $\overrightarrow{NN'}$ sont des **représentants** du vecteur $\vec{u}$.



Deux calculs

- Calculer la moyenne des notes : 15 ; 12 ; 7 ; 8 ; 13.

  ....

  ....

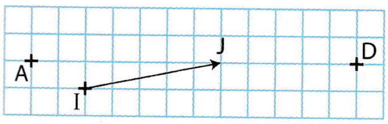
  ....

- Résoudre l'équation $6x - 1 = -4x + 9$.

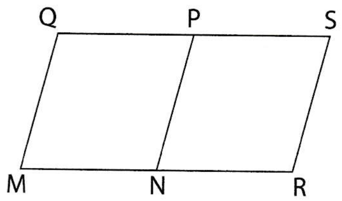
  ....

★

1 La translation du vecteur $\overrightarrow{IJ}$ transforme A en B et C en D. Construire les points B et C.



2 MNPQ et NRSP sont deux parallélogrammes superposables.



a. Compléter : par la translation de vecteur $\overrightarrow{PS}$,

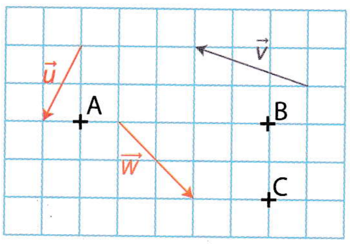
- l'image de Q est ....
- l'image de N est ....
- l'image de P est ....
- l'image de M est ....

b. Compléter les égalités :

- $\overrightarrow{QS} =$ ....
- $\overrightarrow{QN} =$ ....
- $\overrightarrow{NS} =$ ....

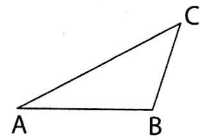
3 Placer les points I, J, K tels que :

- $\vec{u} = \overrightarrow{AI}$
- $\vec{v} = \overrightarrow{BJ}$
- $\vec{w} = \overrightarrow{KC}$



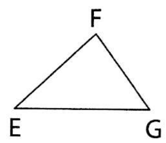
4 Avec la règle et le compas, construire les points I, J, K tels que :

- $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IJ}$
- C est l'image de K par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



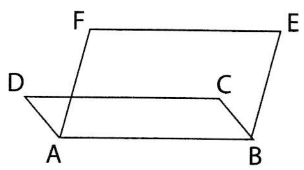
★★

5 **a.** Avec la règle et le compas, construire l'image F′ de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{EG}$ et le point G′ tel que $\overrightarrow{EG'} = \overrightarrow{GE}$.



b. Démontrer que FF′EG′ est un parallélogramme.

6 ABCD et ABEF sont deux parallélogrammes.



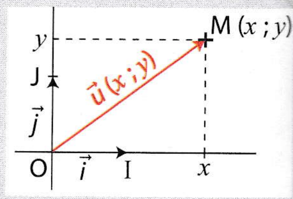
a. Quelle est la nature du quadrilatère CDFE ? Justifier.

b. En déduire un vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{CE}$.

FICHE 33 Coordonnées de vecteurs

▸ Le repère orthonormé (O; I, J) est aussi noté $(\mathbf{O}\,;\vec{\imath},\,\vec{\jmath})$ avec $\vec{\imath}=\overrightarrow{OI}$ et $\vec{\jmath}=\overrightarrow{OJ}$.
On dit que $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$ est une **base orthonormée**.

▸ Les coordonnées d'un vecteur $\vec{u}$ dans la base $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$ sont les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{OM}=\vec{u}$.



▸ **Calculs avec les coordonnées** (dans un repère orthonormé)

- $\vec{u}(x\,;y)=\vec{v}(x';y')$ équivaut à $x=x'$ et $y=y'$.
- Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$.
- La norme du vecteur $\vec{u}(x\,;y)$ est $\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2}$.
- Le milieu I du segment [AB] a pour coordonnées :
$$x_I=\frac{x_A+x_B}{2} \text{ et } y_I=\frac{y_A+y_B}{2}$$
- $\mathbf{AB}=\|\overrightarrow{\mathbf{AB}}\|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

Deux calculs

- $f(x)=4x^2-x+1$. Calculer $f(-2)$

....

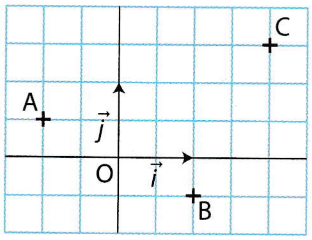
- Développer et réduire $A=-2(x+1)(x+3)$.

....

★

1 **a.** Lire les coordonnées des vecteurs :

- $\overrightarrow{AB}$ ....
- $\overrightarrow{AC}$ ....
- $\overrightarrow{BC}$ ....
- $\overrightarrow{CB}$ ....



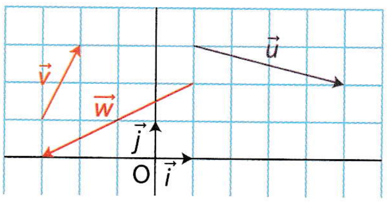
b. En déduire les longueurs suivantes :

- AB = ...
- AC = ...
- BC = ...

c. Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.

2 **a.** Lire les coordonnées des vecteurs :

- $\vec{u}$ ....
- $\vec{v}$ ....
- $\vec{w}$ ....

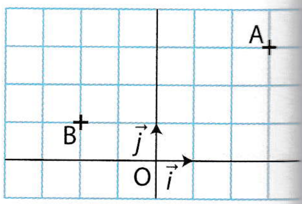


b. Calculer la norme de chacun de ces vecteurs.

3 **1.** Représenter les vecteurs $\vec{u}(3\,;2)$ et $\vec{v}(-3\,;4)$ dans la base $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

2. Déterminer les coordonnées des points M et N tels que :

a. $\overrightarrow{AM}=\vec{u}$ **b.** $\overrightarrow{BN}=\vec{v}$



★★

4 Dans un repère orthonormé, on donne les points :
R(1 ; 3), S(−2 ; 4), T(−5 ; −2) et U(−8 ; −1)

a. Déterminer les coordonnées des milieux respectifs I et J des segments [RU] et [ST].

b. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère RSUT ?

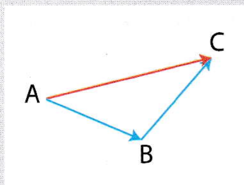
5 Dans un repère orthonormé, on donne les points :
A(4 ; 1), B (7 ; 4) et C (11 ; 0)

Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.

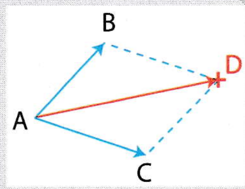
Somme de vecteurs

▸ **Relation de Chasles**
Pour tous points A, B et C :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



▸ **Règle du parallélogramme**
Pour tous points A, B et C :
$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ si, et seulement si, ABDC est un parallélogramme.



▸ Dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, si $\vec{u}(x ; y)$ et $\vec{v}(x' ; y')$, alors $\vec{u} + \vec{v}(x + x' ; y + y')$.

Deux calculs

• Calculer $A = 2\left(1 - \frac{1}{4}\right) - \frac{2}{3}$.

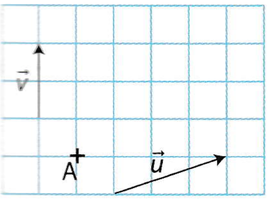
....

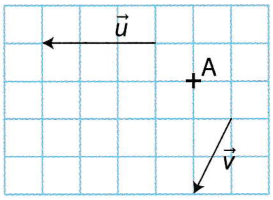
• Factoriser $B = x^2 - 9$.

....

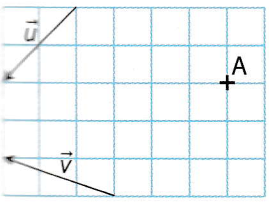
★

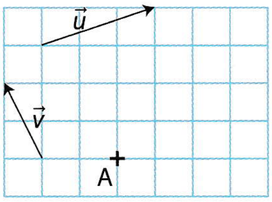
1 Construire le représentant d'origine A du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ en utilisant la relation de Chasles.



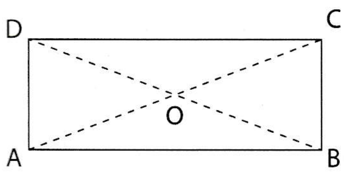


2 Construire le représentant d'origine A du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ en utilisant la règle du parallélogramme.





3 ABCD est un rectangle de centre O.
Construire :
– le représentant d'origine A du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{DC}$;
– le représentant d'origine C du vecteur $\vec{v} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DO}$;
– le représentant d'origine O du vecteur $\vec{w} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OC}$.



4 Dans un repère orthonormé, on donne les points :

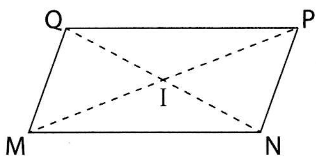
$A(-2 ; 3)$, $B(1 ; 5)$, $C(-1 ; -4)$

Déterminer les coordonnées du point M tel que :

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

★★

5 MNPQ est un parallélogramme de centre I.



a. Construire le représentant d'origine N du vecteur :

$\vec{u} = \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{NM}$.

b. Démontrer que $\vec{u} = \overrightarrow{NQ}$.

6 ABCD est un carré de centre O, DEFG est un rectangle de centre I. C est le milieu de [DE]. Justifier que les vecteurs $\vec{u} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DG}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CE}$ sont égaux.